

# Excel、Excel VBA 及空間平面方程式在工程上之應用

戴清河（臺灣省水利技師公會創會理事長、水利技師、土木技師）

## 一、前言

本月(三)上旬本會「水利會訊」總編輯余博士濬兄來電邀稿，以水利會刊出版在即，向本人繳稿以共襄盛舉。初，本人以「水利工程專業學術平庸無奇，無特殊心得可與會員分享，且本人近期工作比較繁忙，實無力亦無法從命」為由婉謝。唯余博士濬兄在得知本人因有新書即將出版，更囑意要本人在校稿工作完成後，抽空介紹新書內容，盛情難卻下只好勉力為之。本人原計畫從三本拙著中剪輯與 3D 平面方程式有關之章節以『空間平面方程式在岩坡工程之應用』應卯。完稿後再三斟酌，始終認為「3D 平面方程式之題材似乎與水利工程並不十分相關」，後決定利用 Excel VBA 新編一套「暴雨組體圖」之自動計算、繪製程序加強內容，希望能與水利工程多少要沾點邊並分享會員。

說起本人學習 Excel 電腦程式語言的經過，還真會讓我臉紅不已，記得早期曾使用過 Fortran、Basic、Lotus、Clipper 及 C+等多種電腦語言，因工作需要常使用 Fortran 編纂程式，因此比較熟悉 Fortran，其他因久不用，幾乎多忘光。當初接觸 Excel 這玩意兒，只是把它拿來畫表格及一些加減乘除之簡單數學計算，壓根兒不想知道『Excel 工作表函數』是什麼？更別提 Excel

VBA (Visual Basic for Application) 及 Excel 巨積有什麼妙用？後來因編寫《參考資料 15：岩坡工程學解析(2002)》一書，需要以 Visual Basic 及 Excel 試算表驗證校核原以 Fortran 解題的答案，方始認真學習 Visual Basic 及 Excel。最後發現 Excel 及 ExcelVBA 是有其優越之處，怪不得當初會被取名為『Excel(意即優異)』。當《參考資料 23：岩坡工程學(科技 2008)，內含電腦程式工具程序 33 小項、例題展示版程式 8 個及專案程式 5 個，共計 46 個》及《參考資料 24：構造地質學(科技 2008)，內含電腦程式工具程序 35 小項、鑽探展示版及等密度專案等程式，大小程式共計 37 個》兩書完稿後，因此累積了許多 Excel 試算表，無心插柳情況下又出版《參考資料:25：Excel 在邊坡工程之應用(科技 2008)，有試算表共 58 個，自訂程序 26 個，自訂函數 94 個》。

多年鑽研岩坡工程及 Excel 後自認略有所得，今以「野人獻曝」心情與各位分享，望祈指正賜教為盼。

## 二、Excel 及 Excel VBA 介紹

### 2.1 Excel 及 Excel VBA 功能介紹

Excel 是什麼？Excel 檔案是一個活頁簿 (Workbook)，也是一個 Project，一個活頁簿包含許多工作表 (WorkSheet)，工作表是由欄 (Column)

與列 (Row) 間之儲存格(Cells)所組成[每一個工作表有256列(2<sup>8</sup>)，65536欄(2<sup>16</sup>)，每一個儲存格可存放32767(=2<sup>15</sup>-1)中英字元]。Excel是一套智慧型電腦試算表 (Spread Sheet)，可以使用在工程計算、資料統計、資料排序、圖表製作，甚至於股票分析、公司資產及庫存分析、商業或營建工程等管理決策分析等，應用範圍十分普遍、廣泛。Excel有三百多個工作表函數及不計其數之外部程式。Excel多可以像一般商業軟體一樣，可拿來開發複雜之計算程序，在邊坡工程中如土壤平面破壞(含2折線及3折線)、土壤(岩層)圓弧破壞、岩層平面滑動、翻滾破壞穩定分析、岩楔(最多可達八面，此部份最複雜大約有350\*10個儲存格之計算公式及數據)滑動穩定分析及單一壤圓弧破壞斷面回算土壤強度(Back determination of soil strength by partial differential methods)等，只要閣下能

寫出計算步驟，不計較程序長度、可看性及程式之維護難易度等因素，單純之Excel就多能搞定。Excel VBA可以做的事更多，他可以像一般軟體一樣，可以開發比較複雜及重複性計算多之程式。Excel VBA可以提高工作表計算效率、減少程式篇幅，提昇程式可看性、促進程式自動化功能等等。Excel VBA 可以呼叫外部執行程式(包含Ms\_Dos版)，利用Excel作為其他程序之輸入樣板(Input template)能使您的輸入工作更簡便；以Excel工作表做為輸出表格檔後，更能利用工作表函數分析及美化圖表及報告；Excel亦可以製作報告封面及撥放音樂；從網路上直接擷取資料，還有其他功能……。

## 2.2 Excel 應用實例介紹

圖E2.2.1為土壤圓弧破壞分析試算表之原始資料輸入畫面；圖E2.2.2為電腦資料自動填補後畫

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	=IF(ABS(H361-H356)<=eps,H361,"_")											
2	da	ra	eps				ind_gw=0	rgw		Fr	Fd	
3	57.29578	0.01745	0.005		Fs_ord	1.8068	Fs_bsp	1.9348		232.2399	128.5339	
4	?xc	?yc	?rad	?delx	?eps1	?Eqf	?uw	?ind_gw	?rgw	?i_slice		
5	9	24	30	25	0.0001	0.00	1	1	0	1		
6	?uw1	?uw2	uw3?	?uw4	?angf1	?angf2	?angf3	angf4?	?cs1	?cs2	?cs3	?cs4
7	1.85	1.7	1.8	1.8	35	30	5	5	0.3	0.5	4	4
8	lay	pt1	pt2	pt3	pt4	pt5	pt6	pt7	pt8	pt9	pt10	pt11
9	?x1	-200	0	18								
10	?y1	0	0	9								
11	?x2	-200	0	18								
12	?y2	0	0	4.5								
13	?x3	-200	0	18								
14	?y3	0	0	0								
15	?x4	-200	0	18								
16	?y4	-10	-10	-10								
17	?x5	-200	0	18								
18	?y5	-12	-12	-12								
19	?xw	-200	240									
20	?yw	-25	-25									

圖 E.2.2.1 原始資料輸入畫面

面；圖E2.2.3為切片座標計算畫面；圖E2.2.4為切片驅動力及抗滑力等計算畫面；圖E2.2.5為牛頓迭代近似解法成果畫面。圖E2.2.6則為牛頓迭代近似值解法安全係數綜合表成果畫面(參考資料25：p8-14~p8-16)。

I361												
A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	
資料自動填補												
lay	pt1	pt2	pt3	pt4	pt5	pt6	pt7	pt8	pt9	pt10	pt11	
x1?	-200	0	18	43	68	93	118	143	168	193	218	
y1?	0	0	9	9	9	9	9	9	9	9	9	
x2?	-200	0	18	43	68	93	118	143	168	193	218	
y2?	0	0	4.5	4.5	4.5	4.5	4.5	4.5	4.5	4.5	4.5	
x3?	-200	0	18	43	68	93	118	143	168	193	218	
y3?	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
x4?	-200	0	18	43	68	93	118	143	168	193	218	
y4?	-10	-10	-10	-10	-10	-10	-10	-10	-10	-10	-10	
x5?	-200	0	18	43	68	93	118	143	168	193	218	
y5?	-12	-12	-12	-12	-12	-12	-12	-12	-12	-12	-12	
xw?	-200	240	265	290	315	340	365	390	415	440	465	
yw?	-25	-25	-25	-25	-25	-25	-25	-25	-25	-25	-25	
lay..1	xtoe	-9.00	ytoe	0.00	xheel	34.98	yheel	9.00	xwidth	3.67		
x1	pt1	pt2	pt3	pt4	pt5	pt6	pt7	pt8	pt9	pt10	pt11	
x1	-200.00	0.00	18.00	43.00	68.00	93.00	118.00	143.00	168.00	193.00	218.00	
y1	0.00	0.00	9.00	9.00	9.00	9.00	9.00	9.00	9.00	9.00	9.00	
ms	0.00	0.50	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	

圖 E.2.2.2 電腦自動填補資料後畫面

I361												
A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	
lay..1	xtoe	-9.00	ytoe	0.00	xheel	34.98	yheel	9.00	xwidth	3.67		
x1	pt1	pt2	pt3	pt4	pt5	pt6	pt7	pt8	pt9	pt10	pt11	
x1	-200.00	0.00	18.00	43.00	68.00	93.00	118.00	143.00	168.00	193.00	218.00	
y1	0.00	0.00	9.00	9.00	9.00	9.00	9.00	9.00	9.00	9.00	9.00	
ms	0.00	0.50	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
b	0.00	0.00	9.00	9.00	9.00	9.00	9.00	9.00	9.00	9.00	9.00	
Fa	1.00	1.25	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	
Fb	-18.00	-42.00	-18.00	-18.00	-18.00	-18.00	-18.00	-18.00	-18.00	-18.00	-18.00	
Fc	-243.00	-243.00	-594.00	-594.00	-594.00	-594.00	-594.00	-594.00	-594.00	-594.00	-594.00	
TPT	1296.00	2979.00	2700.00	2700.00	2700.00	2700.00	2700.00	2700.00	2700.00	2700.00	2700.00	
xa1	27.00	38.6321	34.9808	34.9808	34.9808	34.9808	34.9808	34.9808	34.9808	34.9808	34.9808	
ya1	0.00	19.32	9.00	9.00	9.00	9.00	9.00	9.00	9.00	9.00	9.00	
l1	200.00	20.12	25.00	25.00	25.00	25.00	25.00	25.00	25.00	25.00	25.00	
l2	227.00	43.19	16.98	8.02	33.02	58.02	83.02	108.02	133.02	158.02	183.02	
l3	27.00	23.07	8.02	33.02	58.02	83.02	108.02	133.02	158.02	183.02	218.02	
del-1	54.00	-46.13	0.00	-16.04	-66.04	-116.04	-166.04	-216.04	-266.04	-316.04		
xa1f	9999.00	9999.00	34.98	9999.00	9999.00	9999.00	9999.00	9999.00	9999.00	9999.00	9999.00	
ya1f	9999.00	9999.00	9.00	9999.00	9999.00	9999.00	9999.00	9999.00	9999.00	9999.00	9999.00	
xa2	-9.00	-5.03	-16.98	-16.98	-16.98	-16.98	-16.98	-16.98	-16.98	-16.98	-16.98	
ya2	0.00	-2.52	9.00	9.00	9.00	9.00	9.00	9.00	9.00	9.00	9.00	
l1	200.00	20.12	25.00	25.00	25.00	25.00	25.00	25.00	25.00	25.00	25.00	

圖 E.2.2.3 切片座標計算畫面

I361												
=IF(ABS(H361-H356)<=eps,H361,"_")												
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
325	h_gw_xy	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
326	h_gw_rw	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
327	h_gw	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
328	soil_lay.1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
329	soil_lay.2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
330	soil_lay.3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0
331	soil_lay.4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
332	tan(ungf)	0.0875	0.0875	0.0875	0.0875	0.0875	0.0875	0.0875	0.0875	0.0875	0.5774	0.7002
333	cs_use	4	4	4	4	4	4	4	4	4	0.5	0.3
334	vol_1	0.0	0.0	2.5	7.6	5.0	25.4	20.3	9.0	20.3	15.3	1.1
335	vol_2	0.0	0.0	2.5	7.6	5.0	25.4	20.3	9.0	16.6	6.9	0.0
336	vol_3	6.3	16.7	23.1	26.2	11.9	36.9	16.7	4.5	3.8	0.0	0.0
337	vol_4	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
338	Wt	11.3030	30.0066	50.6149	74.1832	39.2299	156.5553	101.8941	40.0076	72.4438	40.0021	2.0542
339												
340	csht*dx	18.0000	18.0000	18.0000	18.0000	8.0000	28.0000	18.0000	8.0000	18.0000	2.4000	0.3542
341	csht*ls	21.1807	19.4274	18.4766	18.0511	8.0045	28.4898	19.4274	9.1403	22.3804	3.6424	0.6662
342	wt_net	11.3030	30.0066	50.6149	74.1832	39.2299	156.5553	101.8941	40.0076	72.4438	40.0021	2.0542
343	egf	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
344	Fd	-5.9573	-11.2895	-11.4223	-5.5795	1.3084	28.9062	38.3361	19.3511	43.0502	30.0909	1.7397
345	Fr	22.0211	21.8598	22.7906	24.5229	11.4347	41.9512	27.6870	12.2039	27.4779	18.8599	1.4310
346			Fr-1T	232.2399	Fd-1T1	128.5339	Fs_ord	1.8068				
347	iteration	Bishop	method									
348	cosA	0.850	0.927	0.974	0.997	0.999	0.983	0.927	0.875	0.804	0.659	0.532

圖 E.2.2.4 切片驅動力及抗滑力等計算畫面

K372												
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
368	TA	1.598	1.760	1.865	1.923	1.937	1.918	1.826	1.736	1.608	1.709	1.622
369	T2T	11.882	11.720	12.025	12.737	5.903	21.743	14.743	6.625	15.134	14.917	1.105
370	T3T	-0.343	-0.219	-0.127	-0.044	0.009	0.183	0.266	0.162	0.489	3.790	0.404
371	T1T_t1	128.534	T2T_t1	128.534	T3T_t1	4.570	Fs_new	1.935	Fs_final	1.935		
372	kk=5											
373	TA	1.598	1.760	1.865	1.923	1.937	1.918	1.826	1.736	1.608	1.709	1.622
374	T2T	11.882	11.720	12.025	12.737	5.903	21.743	14.743	6.625	15.134	14.917	1.105
375	T3T	-0.343	-0.219	-0.127	-0.044	0.009	0.183	0.266	0.162	0.489	3.790	0.404
376	T1T_t1	128.534	T2T_t1	128.534	T3T_t1	4.570	Fs_new	1.935	Fs_final	1.935		
377	kk=6											
378	TA	1.598	1.760	1.865	1.923	1.937	1.918	1.826	1.736	1.608	1.709	1.622
379	T2T	11.882	11.720	12.025	12.737	5.903	21.743	14.743	6.625	15.134	14.917	1.105
380	T3T	-0.343	-0.219	-0.127	-0.044	0.009	0.183	0.266	0.162	0.489	3.790	0.404
381	T1T_t1	128.534	T2T_t1	128.534	T3T_t1	4.570	Fs_new	1.935	Fs_final	1.935		
382	kk=7											
383	TA	1.598	1.760	1.865	1.923	1.937	1.918	1.826	1.736	1.608	1.709	1.622
384	T2T	11.882	11.720	12.025	12.737	5.903	21.743	14.743	6.625	15.134	14.917	1.105
385	T3T	-0.343	-0.219	-0.127	-0.044	0.009	0.183	0.266	0.162	0.489	3.790	0.404
386	T1T_t1	128.534	T2T_t1	128.534	T3T_t1	4.570	Fs_new	1.935	Fs_final	1.935		
387	kk=8											
388	TA	1.598	1.760	1.865	1.923	1.937	1.918	1.826	1.736	1.608	1.709	1.622
389	T2T	11.882	11.720	12.025	12.737	5.903	21.743	14.743	6.625	15.134	14.917	1.105
390	T3T	-0.343	-0.219	-0.127	-0.044	0.009	0.183	0.266	0.162	0.489	3.790	0.404
391	T1T_t1	128.534	T2T_t1	128.534	T3T_t1	4.570	Fs_new	1.935	Fs_final	1.935		

圖 E.2.2.5 牛頓迭代近似解法成果畫面

O10											
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	Fs_new	1.93510	1.93484	1.93484	1.93484	1.93484	1.93484	1.93484	1.93484	1.93484	1.93484
3	Fs_final	-	1.93484	1.93484	1.93484	1.93484	1.93484	1.93484	1.93484	1.93484	1.93484
4											

圖 E.2.2.6 安全係數綜合表成果畫面

## 2.3 Excel VBA 自動化及圖案物件繪圖

Visual Basic 可以作的，Excel VBA 一般多能作，而 Excel VBA 能的，Visual Basic 不一定能。舉例而言，Visual Basic 之資料輸入樣板(Input template)就必須由 User(使用者)自行設計；而 Excel 工作表就可以直接做 VBA 之輸入樣板。如果您會 VBA，配合 excel 之優勢，會使工作更順暢，輸出圖表更加賞心悅目。如果您不會寫程序也沒啥關係，有些工作是可以透過「錄製巨集」方式代勞。現在讓我舉一個實際之水文計算案例來說明如何利用 Excel VBA 作資料之輸入、讀取、分析、計算及繪圖。表 2.3.1 為中央氣象局南勢角自記雨量站 86.6.20 歷時 112 分鐘之雨量原始記錄(資料節錄自《余濬,降雨牆強度之計算,科技(2003)p2\_2》，基於規劃設計需要計算 5,10,15,⋯.60 等不同時距之最大累積降雨量，實際降雨強度與統計公式降雨強度比較，暴雨組體圖，⋯.等。因此我們希望設計一套可讀性高、適用廣彈性大(略加修改後可適用不同情況)、維護容易之高度自動化之計算及繪圖程序(式)。本案最後資料是以每分鐘雨量為基礎，其必須考慮亦能適用其他不同降雨歷時；另程式自動繪圖部份略加修改後也必須考慮其可適用橫座標軸不是等間距者。為要求程式可讀性高，則程式應儘可能以小程序為設計單元，其他工作需要相同程序時可以隨時取用，因此程序設計應考慮通案而非特例。

程式設計內容：

(A) 『輸入資料』：

- (1) 原始降雨量資料。
  - (2) 要求之 n 分鐘最大降雨量(5 分鐘，10 分鐘或 1 小時)。
- (B) 『輸出資料或圖表』：
- (1) 每分鐘降雨量；
  - (2) 5,10,15,20,25,……60 分鐘最大降雨量。
  - (2) 暴雨雨量組體圖。
  - (3) 86.6.20 中和地區實測與公式暴雨強度比較。
- (C) 『設計要求』：
- (1) 滑鼠指向第 1 筆資料儲存格“B2”位置後，上述工作能儘量自動化。
  - (2) 使用者按指令按鈕 (Commandbutton) 時，能提示及提醒使用者注意是否已正確選擇作用儲存格或輸入檔案有資料存在？
  - (3) 調整後之資料除在工作表顯示外，必須寫入檔案資料中，方便後續相關作業。
- (D) 『試算表設計』：
- 依據上述需求，我們設計如圖 2.3.1 之四個指令按鈕：
- (a) (1)資料性質分析鈕：負責分析統計每筆資料所占之總欄位，每一資料區資料筆數，及總資料數。
  - (b) (2)資料自動讀取鈕：負責讀取資料後調整為每分鐘降雨量，資料寫入資料檔。
  - (c) (3)n分鐘最大降雨量鈕：計算 n 分鐘累積最大降雨量，n=5,10,……60 分鐘



年	月	日	時	分	降雨量(mm)	備註欄				
89	6	20	14	42	1					
89	6	20	14	43	1					
89	6	20	14	44	1.5					
89	6	20	14	45	1.5					
89	6	20	14	46	2					
89	6	20	14	47	1				計算N分鐘最大	
89	6	20	14	48	1				5	
89	6	20	14	49	1					
89	6	20	14	50	2.5					
89	6	20	14	51	1		(1)資料性質分析		(2)資料自動讀取	
89	6	20	14	52	1.5					
89	6	20	14	53	1.5		(3)n分鐘最大降雨		(4)暴雨組體圖製作	
89	6	20	14	54	0.5					
89	6	20	14	55	1					

圖 2.3.1 指令按鈕開始畫面

(1)資料性質分析及(2)資料自動讀取鈕本可合併為一個，但為提高程序之可讀性刻意將其分開。詳細之程式設計限於篇幅無法一一披露，下面就以(1)資料性質分析程序為例簡單說明如下。資料分析主要工作是判別資料有幾個分區，每筆有幾個欄位，資料總筆數等。當使用者將滑鼠指向第1筆資料之最前端儲存格"B2"後，點按(1)資料性質分析鈕，程式會出現提示訊息"您確定選取正確之第1筆資料第1個作用儲存格嗎?"，如果答案為「YES」則按確定鈕，否則按取消鈕重來。當電腦接收到正確訊息後開始呼叫Data\_Analysis()程序，Data\_Analysis()程序依事先指定之指令作業。

- (1) 由作用儲存格往上移動一行(Row)讀取資料名稱"年"並記錄欄位編號(此時資料分區數為1)，後開始往右一欄(Column)逐欄尋找另外一個有"年"之欄位

及編號，兩者欄位邊編號相減後再減2後即為每筆資料欄位數，資料區數自動增加1變成2，...。將資料分區數及每筆資料欄位數數據傳回工作表sheet1儲存格之"P3"、"Q3"中，在"P2"、"Q2"儲存格寫入"資料區?"及文字"每筆資料有幾欄?"。

- (2) 作用儲存格歸位後自動逐區逐列(同一欄)向下移動並計數資料筆數，讀至每區最後一筆後自動跳至第二區第一筆最左端，又自動逐區逐列(同一欄)向下移動計數資料筆數，讀取完成後將其寫入"R3"，文字"資料總筆數"則寫入"R2"。
- (3) 下面就是Data\_Analysis()程序之程式碼。

```
Sub Data_Analysis()
Dim St_test As String * 20, St_tpt
As String * 20, I As Integer
Okvalue = MsgBox("您確定選取正確之第1筆資料第1個作用儲存格
```

```

嗎?", 1, "請確認!!!!")
If (Okvalue = 2) Then
Close
MsgBox "請選取第1筆資料第1個作用儲存格"
GoTo 200
End If
Cmd_run_資料性質.Font.Italic =
True '程式開始按鈕字體變成斜體字
I = 1
Icol = ActiveCell.Column '記錄第1
個作用儲存個欄位(『』為說明文字，下同)
Irow = ActiveCell.Row '記錄第1個作用
儲存個列位
St_test = Trim(Cells(Irow - 1, Icol))
Ndata_zone = 1
For I = 2 To 200
Cells(Irow - 1, I).Select
St_tpt = Trim(ActiveCell)
If (St_test = St_tpt) Then
Ndata_zone = Ndata_zone + 1
If (Ndata_zone = 2) Then
Ndata_1set = I - 2
End If
Next I
Sheet1.Range("P2") = "資料區?"
Sheet1.Range("P3") = Ndata_zone
Sheet1.Range("Q2") = "每筆資料有
幾欄?"
Sheet1.Range("Q3") = Ndata_1set
Cells(Irow, Icol).Select
I = 1
Icol = ActiveCell.Column '記錄第1個
作用儲存個欄位
Irow = ActiveCell.Row '記錄第1個作用
儲存個列位
Do While Not IsEmpty(ActiveCell) '
迴路開始:如果作用儲存格非空白繼續下移

```

```

一列,否則退出迴路
I = I + 1
ActiveCell.Offset(1, 0).Select '作用
儲存格往下移一列
Loop '迴路終止
I = I - 1
Cells(Irow, Icol + Ndata_1set +
1).Select '作用儲存格移至下資料區第1
個儲存格
Do While Not IsEmpty(ActiveCell) '
迴路開始:如果作用儲存格非"空白繼續下
移一列,否則退出迴路
I = I + 1
ActiveCell.Offset(1,0).Select '作用儲
存格往下移一列
Loop
Ndata_降雨I = I
Range("R2") = "資料總筆數"
"Range("R3") = Ndata_降雨I
Cmd_run_資料性質 .Font.Italic =
False '程式執行完按鈕字體恢復正體字
Cells(Irow, Icol).Select '作業完成後最
後作用儲存格移回
'開始之第1個作用儲存格
200 Close '關閉所有檔案
End Sub

```

新專案(Prject)開始必須先執行Run (1)資料性質分析程序後才能Run (2)資料自動讀取，Run (3)n分鐘最大降雨，或(4)暴雨組體圖製作前必須先執行(2)資料自動讀取程序。圖2.3.2~2.3.6等是程序執行時或執行後成果畫面。



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S
1	年	月	日	時	分	降雨量(mm)	備註欄	年	月	日	時	分	降雨量(mm)	備註欄					
2	89	6	20	13	51	0.5		89	6	20	14	42	1						
3	89	6	20	13	54	0.5		89	6	20	14	43	1						
4	89	6	20	13	55	0.5		89	6	20	14	44	1.5						
5	89	6	20	13	57	0.5		89	6	20	14	45	1.5						
6	89	6	20	14	3	0.5		89	6	20	14	46	2						
7	89	6	20	14	4	0.5		89	6	20	14	47	1				計算N分鐘最大		
8	89	6	20	14	5	1		89	6	20	14	48	1				5		
9	89	6	20	14	6	1.5		89	6	20	14	49	1						
10	89	6	20	14	7	2		89	6	20	14	50	2.5						
11	89	6	20	14	8	1.5		89	6	20	14	51	1						
12	89	6	20	14	9	1.5		89	6	20	14	52	1.5						
13	89	6	20	14	10	2		89	6	20	14	53	1.5						
14	89	6	20	14	11	1.5		89	6	20	14	54	0.5						
15	89	6	20	14	12	1.5		89	6	20	14	55	1						
16	89	6	20	14	13	3.5		89	6	20	14	56	1						

圖 2.3.1 按(1)資料性質分析鈕開始畫面

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	
1	年	月	日	時	分	降雨量(mm)	備註欄	年	月	日	時	分	降雨量(mm)	備註欄					
2	89	6	20	13	51	0.5		89	6	20	14	42	1			資料區?	每筆資料有幾欄	資料總筆數	
3	89	6	20	13	54	0.5		89	6	20	14	43	1			2	6	83	
4	89	6	20	13	55	0.5		89	6	20	14	44	1.5						
5	89	6	20	13	57	0.5		89	6	20	14	45	1.5						
6	89	6	20	14	3	0.5		89	6	20	14	46	2						
7	89	6	20	14	4	0.5		89	6	20	14	47	1				計算N分鐘最大		
8	89	6	20	14	5	1		89	6	20	14	48	1				5		
9	89	6	20	14	6	1.5		89	6	20	14	49	1						
10	89	6	20	14	7	2		89	6	20	14	50	2.5						
11	89	6	20	14	8	1.5		89	6	20	14	51	1			(1)資料性質分析	(2)資料自動讀取		
12	89	6	20	14	9	1.5		89	6	20	14	52	1.5						
13	89	6	20	14	10	2		89	6	20	14	53	1.5			(3)n分鐘最大降雨	(4)暴雨組體圖製作		
14	89	6	20	14	11	1.5		89	6	20	14	54	0.5						

圖 2.3.2 按(1)資料性質分析鈕序後成員畫面

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	
1	年	月	日	時	分	降雨量(mm)	備註欄	年	月	日	時	分	降雨量(mm)	備註欄					
2	89	6	20	13	51	0.5	0.5	89	6	20	14	42	1	2		資料區?	每筆資料有幾欄	資料總筆數	
3	89	6	20	13	54	0.5	0.5	89	6	20	14	43	1	2		2	6	83	
4	89	6	20	13	55	0.5	0.5	89	6	20	14	44	1.5	2					
5	89	6	20	13	57	0.5	0.5	89	6	20	14	45	1.5	2.5		第1區資料數	第2區資料數	資料總筆數	
6	89	6	20	14	3	0.5	2	89	6	20	14	46	2	2.5		43	40	83	
7	89	6	20	14	4	0.5	2	89	6	20	14	47	1	2.5		調整後總資料數	計算N分鐘最大		
8	89	6	20	14	5	1	2	89	6	20	14	48	1	2.5		112	5		
9	89	6	20	14	6	1.5	2	89	6	20	14	49	1	2.5					
10	89	6	20	14	7	2	2	89	6	20	14	50	2.5	2.5					
11	89	6	20	14	8	1.5	3.5	89	6	20	14	51	1	1.5		(1)資料性質分析	(2)資料自動讀取		
12	89	6	20	14	9	1.5	3.5	89	6	20	14	52	1.5	1.5					
13	89	6	20	14	10	2	3.5	89	6	20	14	53	1.5	1.5		(3)n分鐘最大降雨	(4)暴雨組體圖製作		
14	89	6	20	14	11	1.5	3.5	89	6	20	14	54	0.5	1					
15	89	6	20	14	12	1.5	3.5	89	6	20	14	55	1	1					

圖 2.3.3 按(2)資料自動讀取程序後畫面(一)

	B	C	D	E	F	G	H	I
資料序	年	月	日	時	分	時序	降雨量	
1	89	6	20	13	51	1	0.5	
2	89	6	20	13	52	2	0.166667	
3	89	6	20	13	53	3	0.166667	
4	89	6	20	13	54	4	0.166667	
5	89	6	20	13	55	5	0.5	
6	89	6	20	13	56	6	0.25	
7	89	6	20	13	57	7	0.25	
8	89	6	20	13	58	8	0.083333	
9	89	6	20	13	59	9	0.083333	
10	89	6	20	14	0	10	0.083333	
11	89	6	20	14	1	11	0.083333	
12	89	6	20	14	2	12	0.083333	
13	89	6	20	14	3	13	0.083333	
14	89	6	20	14	4	14	0.5	
15	89	6	20	14	5	15	1	
16	89	6	20	14	6	16	1.5	
17	89	6	20	14	7	17	2	
18	89	6	20	14	8	18	1.5	
19	89	6	20	14	9	19	1.5	
20	89	6	20	14	10	20	2	
21	89	6	20	14	11	21	1.5	

圖 2.3.4 按(2)資料自動讀取程序後畫面

	A	B	C	D	E
1				暴雨強度(mm/hr)	
2	降雨延時(分)	降雨量(mm)	中和地區	5年頻率	3年頻率
3	5	15.5000	186.0000	158.9583	149.7789
4	10	27.5000	165.0000	145.5191	136.1030
5	15	38.0000	152.0000	134.1752	124.7155
6	20	47.0000	141.0000	124.4721	115.0865
7	25	58.5000	140.4000	116.0777	106.8377
8	30	67.0000	134.0000	108.7440	99.6923
9	35	74.0000	126.8571	102.2819	93.4428
10	40	81.0000	121.5000	96.5448	87.9306
11	45	88.0000	117.3333	91.4170	83.0325
12	50	93.5000	112.2000	86.8065	78.6513
13	55	97.5000	106.3636	82.6388	74.7093
14	60	103.5000	103.5000	78.8528	71.1436
15	65	106.0000	97.8462	75.3986	67.9027
16	70	107.5000	92.1429	72.2343	64.9442
17	75	108.3333	86.6667	69.3250	62.2328
18					
19					
20					

此表係由sheet1.Range("q8")讀入資料後按(3)n分鐘最大降雨量鈕自動計算

圖 2.3.5 按(3)n分鐘最大降雨量鈕執程序後畫面(一)

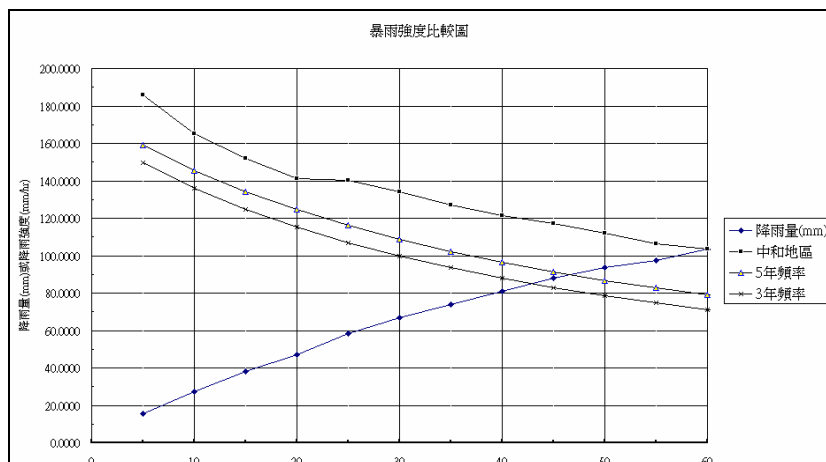


圖 2.3.6 按(3)n分鐘最大降雨量鈕執程序後畫面(二)

圖2.3.7~2.3.8是本程序設計較特書及重要部份，圖中除文字及數字外，舉凡柱條、縱橫座標軸、刻度、座標數字等都是**以矩形圖案物件**所繪製者沒有用到**新增直線物件**或其他任何圖案物件。其中座標數值係利用到圖案物件「可在內部填寫資料文字」之屬性，圖2.3.8是將數字外框變成無色隱藏以增加美觀。矩形圖案物件所繪製圖形與利用Excel圖表精靈

直接繪製者(圖2.3.8)比較，似乎毫遜色反而可以有更多變化，亦可以隨心所欲地彩繪及塗抹，最重要的是，它可以與程序積極互動，使資料輸入、讀取、分析及繪圖等工作一氣呵成完全自動化為其最大特色及優勢。各柱條底寬是可以採各柱不等者，柱中亦可依需要變更圖片、顏色、寫入文字等。

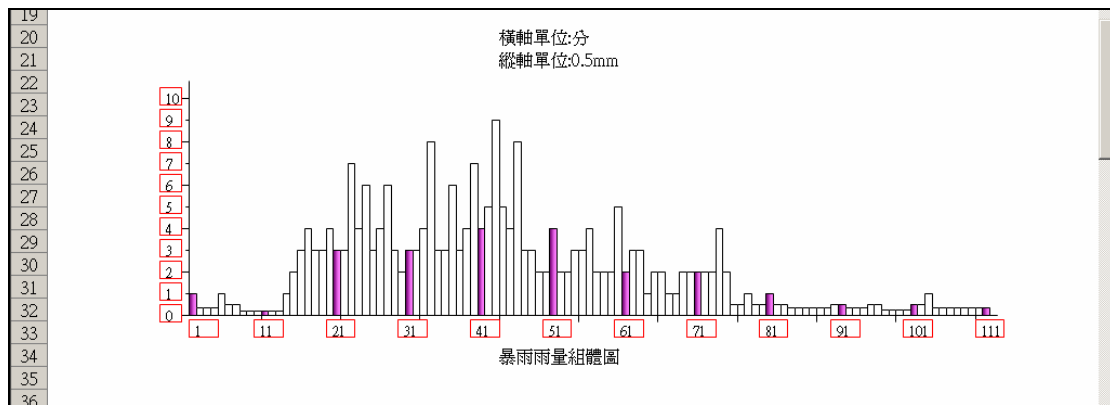


圖 2.3.7 按(4)暴雨雨量組體圖製作鈕程序程序後畫面(座標數字有外框)

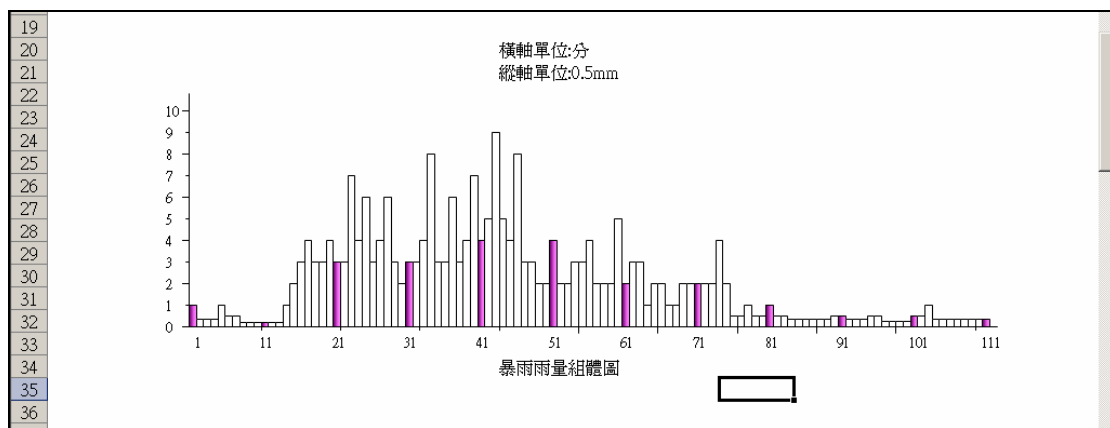


圖 2.3.8 按(4)暴雨雨量組體圖製作鈕程序程序後畫面(座標數字無外框)

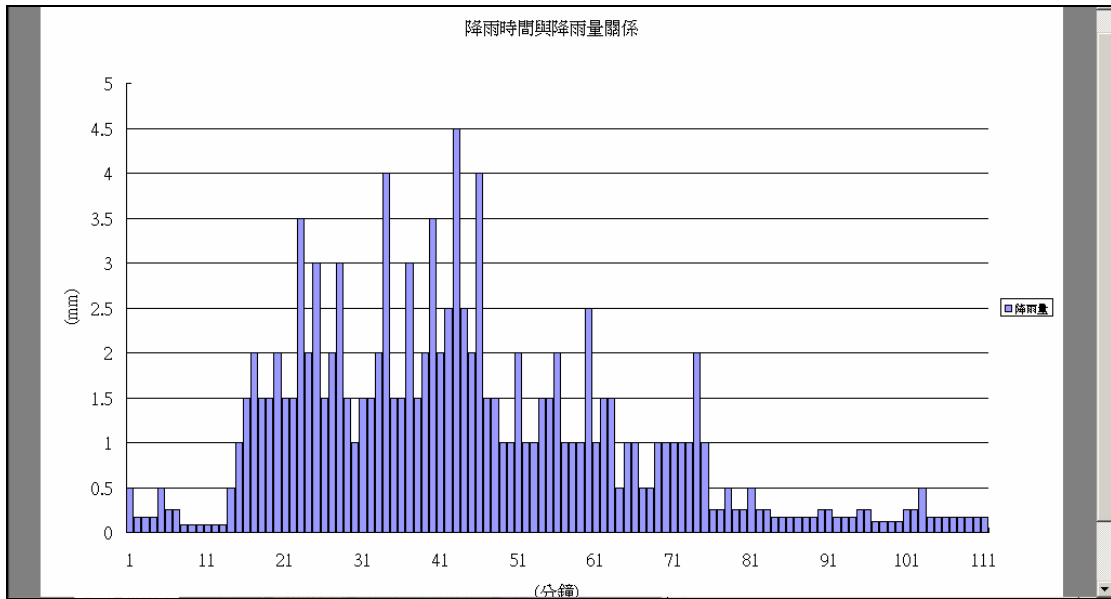


圖 2.3.9 利用 Excel 圖表精靈所繪製之畫面

前節(2.2)中圓弧破壞分析因沒採用VBA故計算程序繁多可讀性低,採用自訂函數後大大提高計算效率及可讀性,程式維護也簡單許多。

Excel VBA應用在岩層平面滑動及四面或五面體岩楔滑動近最佳化

經濟性分析,效果良好,可媲美Visual Basic程式。下面三圖(圖2.3.10~圖2.3.12)就是利用Excel VBA 計算四面體岩楔滑動經濟性近最佳化分析(參考資料25:p17-4);圖2.3.11則為利用VB程式之計算結果。

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
1	ind-bot<=0 for input bolt did: 計算模式<=0經濟分析														
2	?nw	?nw	?cs1	?phil	?cs2	?phi2	?Ce	?Fsn	?Fse	plane_no	?ind_bolt	水壓比			3520
3	1.0000	2.60	0.50	20.00	1.00	30.00	0.150	1.50	1.30	4	0	0.0000			
4	vector	indplane	?did	?dip	vector	?indplane	?did	?dip					最佳經濟性分析		
5	1	1	105.00	45.00		5	0	165.0	70.00				計算秒數		
6	2	1	235.00	70.00		6	0	180.0	75.00			計算完成	81.00	復原舊資料	
7	3	1	211.43	17.95		7	0	230.0	85.00					複製最佳經濟資料	
8	4	1	193.03	64.66		8	0	100.0	73.00						
9	vector	did	dip	x	y	z	a	b	c	d	n1dotr2	n2dotr1	Ce_use		
10	1	105.00	45.00	-0.1830	0.6830	0.7071	0.1830	-0.6830	0.7071	0.0000	0.8199	0.3768	0.1500		ndoslp
11	2	235.00	70.00	-0.1962	-0.2802	0.9397	0.5390	0.7698	0.3420	0.0000					ndosw
12	3	211.43	17.95	-0.8118	-0.4960	0.3082	0.2630	0.1607	0.9513	0.0000					ncol
13	4	193.03	64.66	-0.4169	-0.0965	0.9088	0.8805	0.2038	0.4279	-10.0000					nrow
14	5	211.4	17.95	-0.8118	-0.4960	0.3082	0.2630	0.1607	0.9513						
15	6	193.0	64.66	-0.4169	-0.0965	0.9088	0.8805	0.2038	0.4279	dac	rac				
16	7	105.0	45.00	-0.1830	0.6830	0.7071	0.1830	-0.6830	0.7071		57.2958	0.0175			
17	8	235.0	70.00	-0.1962	-0.2802	0.9397	0.5390	0.7698	0.3420						
18		285.00	135.00	-0.1830	0.6830	0.7071	-0.1830	0.6830	-0.7071						
19		415.00	160.00	-0.6209	-0.7698	0.3420	-0.1962	-0.2802	-0.9397						
20		?Lg	?Lxg	?Lyg	?Lzg										
21		1	0.00	0.00	0.00	0.00									
22		2	0.00	0.00	0.00	0.00									
23		3	0.00	0.00	0.00	0.00									
24		4	0.00	0.00	0.00	27.90									

圖 2.3.10 岩楔滑動破壞模式近最佳經濟性分析畫面(一)

K25														A	
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	
1	稜線	?l12	?l13	?l14	?l23	?l24		1	0.5	0.25	100000			-45	
2	增量(delta)	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	1	0	0	5000				
3	容許位移比r	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	10	A1	A2	A3				
4			計算次數					5000	85000	210000					
5	總格子數	?行數	?列數					?水壓比	1.00	0.50	0.00				
6	4	2	2					?排水工程費	300000.00	100000.00	5000.00				
7								A反陣列				A_ans			
8								0	0	1		5000			
9								-1	4	-3		85000			
10	滑動岩楔初體積	最佳經濟時體積						2	-4	2		210000			
11	6207.979004	4966.375 1241.603878						排水工程費 =5000+85000*?x+210,000*?x^2							
12															
13															
14		水壓比	最小fs	土石方	岩錐噸數	土石方工程費	岩錐工程費	降水工程費	總工程費	坡高	上破傾向	傾角	下破傾向	傾角	
15		0.00	0.94	1241.60	1987.07	620802.00	1987066.38	300000.00	2907868.50	39.00	211.43	17.95	193.03		
16	地震傾向	傾角	岩錐傾向	傾角											
17	174.12	-4.22	350.76	-3.83											

圖 2.3.11 岩楔滑動破壞模式近最佳經濟性分析畫面(二)

D8														A	
														64.6648254394531	
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	
1															
2															
3															
4		indplane	?did	?dip			indplane	?did	?dip						
5		1	105	45			0	165	70						
6		1	235	70											
7		1	211.4271	17.94823											
8		1	193.0305	64.66483											

圖 2.3.12 岩楔滑動破壞模式近最佳經濟性分析畫面(三)

**岩楔經濟**

稜線L112(P11-2)長= 75.29208  
 稜線L113(P11-3)長= 44.21046  
 稜線L123(P11-4)長= 53.97491  
 稜線L114(P12-3)長= 43.35298  
 稜線L124(P12-4)長= 34.58252

\*\*\* 程序執行中!!!請勿關機!!!Program is running do not turn off!!!!\*\*  
 計算時間(sec)= 28  
 計算次數= 132590  
 \*\*\*執行完畢!!!!End\*\*\*\*

岩楔滑動穩定  
及經濟性分析

**D8**

戴清河 編著

2023/8/8  
chday@byethoo.com.tw

要求安全係數= 1.3 ,地震水平係數= 0.15	坡高傾向/傾角p13	傾向/傾角p14	岩方水壓 fs	fsm	地震線傾向/傾角	岩錐力線傾向/傾角	岩方費	降水費	岩錐費	總工程費							
上破傾向=211.86, 傾角=18.20, 下破傾向=195.63, 傾角 64.65	39.0	195.0	12.0	187.4	64.9	207.0	0.098	0.918	174.33	-4.72	2515	350.76	-3.83	103467	300000	2515292	2918759
安全係數(沿滑動方向)= 1.000, 安全係數(最小)= .941	39.0	195.0	12.0	189.9	64.7	414.0	0.098	0.921	174.29	-4.63	2410	350.76	-3.83	206939	300000	2403662	2916601
地震傾向= 174.07, 傾角= -4.09	39.0	195.0	12.0	192.2	64.7	621.0	0.098	0.925	174.25	-4.54	2304	350.76	-3.83	310411	300000	2304025	2914436
岩錐噸數= 1881.3, 岩錐傾向= 350.76, 傾角= -3.83	39.0	207.2	15.8	192.7	64.7	828.0	0.099	0.928	174.21	-4.44	2198	350.76	-3.83	413899	300000	2198363	2912262
岩方量價= 500.0, 岩錐量價= 1000.0, 降水量價比= 1.00	39.0	207.6	16.0	195.3	64.6	1242.0	0.100	0.936	174.12	-4.22	1987	350.76	-3.83	620861	300000	1987018	2907879
岩方工程費= 724345.7, 降水工程費= 300000.0	39.0	211.9	18.2	195.6	64.6	1449.0	0.100	0.941	174.07	-4.09	1881	350.76	-3.83	724346	300000	1881323	2905669
岩錐工程費= 1881323.0 *岩錐工程費= 2905669.0																	
最佳工程費時岩楔座標點- 1 (x,y,z) = -.002, .001, .001																	
最佳工程費時岩楔座標點- 2 (x,y,z) = -59.602, 24.405, 38.999																	
最佳工程費時岩楔座標點- 3 (x,y,z) = -39.100, 704, 10.799																	
最佳工程費時岩楔座標點- 4 (x,y,z) = -45.312, 28.286, 7.747																	

圖 2.3.12 岩楔滑動破壞模式近最佳經濟性分析畫面(VB 程式)

### 三、空間平面方程式在岩坡工程之應用

#### 3.1 平面方程式介紹

很多人只要是讀過初、高中數學，大概多知道 $ax+by+cz=d$ 這個空間平面方程式。但可能有不少人，不曾去好好思考它的真正意涵及功能。其實如果您能徹底瞭解後並善用它，很多構造地質學問題諸如：(1)等角度及等面積投影、(2)構造平面繞任意軸旋轉、(3)出露地質圖繪製、(4)岩心鑽探求岩層位態(走向-傾角)、(5)等軸投影或透視圖繪製、(6)斷層滑距，(7)二層傾覆問題(Problem of two secondary tilt)，與(8)多面體(理論可以無限，實用4~8面應已足夠)礦脈蓄藏量計算等問題(詳《參考資料24》)，多可迎刃而解。前述之(1)~(5)亦適用在岩坡工程中。至於岩坡工程之楔形滑動(平面滑動是楔滑動之特例)穩定分析等，更是平面方程式之優勢所在(詳《參考資料23》)。其他如多節理岩石隧道穩定及落盤分析問題等，甚至於如鑽石切割座標計算等，

只要與3D空間座標有關之問題，多能輕易解決。總之，利用平面方程式解答前述問題，不但觀念簡單直接易懂，VB程式或Excel試算表等製作也相當方便，比較複雜之問題也可以藉繪製簡單透視圖像以方便溝通，真可謂一舉數得。

#### 3.2 座標系統

如圖3.2.1中令 $x$ 為水平面(或赤道面)上指北(N)之座標， $y$ 為水平面上指東(E)座標， $z$ 則為垂直 $x$ 、 $y$ 平面之朝下座標，且 $x$ 、 $y$ 、 $z$ 互相垂直並成右手螺旋定則。傾角方向(或稱傾向，與走向垂直) $\alpha$ 則以順時針方向由北起算為正，傾角 $\beta$ 則為 $x$ 、 $y$ 水平面與任意直線或不連續面傾向向量之夾角，夾角由水平面向下量測為正。則通過半徑長1單位之參考球體(reference Sphere,  $x^2+y^2+z^2=1.0$ )球心 $O(0,0,0)$ 之任意直線或不連續面朝下單位位置向量在 $x$ 、 $y$ 、 $z$ 三軸之分量，如以球體座標 $(1, \beta, \alpha)$ 表示為 $x=\cos \alpha \cos \beta$ ， $y=\sin \alpha \cos \beta$ ， $z=\sin \beta$

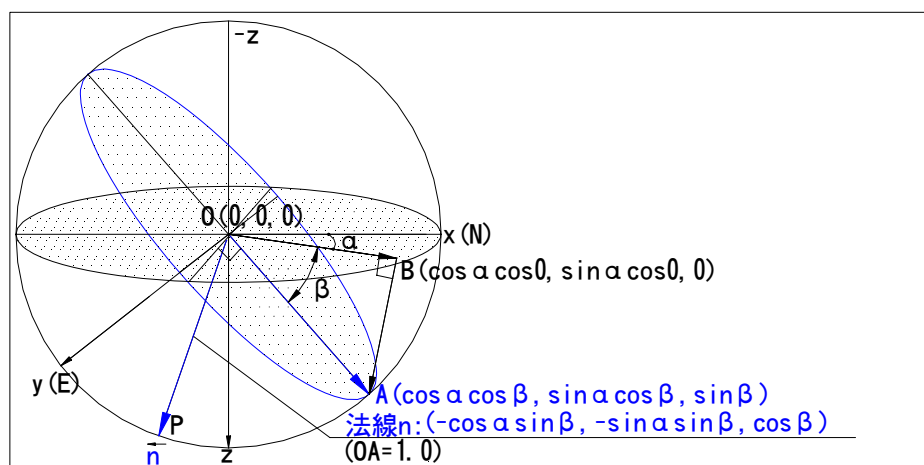


圖 3.2.1 直角座標系統示意圖

其單位位置向量(即平面之單位傾向向量，以下同) $\mathbf{r}$ ，

$$\mathbf{r}=[x,y,z] = [\cos \alpha \cos \beta, \sin \alpha \cos \beta, \sin \beta] \dots\dots\dots (2.1)$$

而垂直於該不連續面或直線之單位向量 $\mathbf{n}$ 應為

$$\mathbf{n} = \pm [ a,b,c ] = \pm [ \cos \alpha \sin \beta, \sin \alpha \sin \beta, - \cos(\beta) ] \dots\dots\dots (2.2)$$

因 $\mathbf{n} \cdot \mathbf{r} = 0$ ，故 $ax+by+cz=0$ ，此表示通過參考球體球心之不連續面平面方程式。 $\mathbf{n}$ 朝上取正號(即 $c$ 為負值)；朝下取負號(即 $c$ 為正值)。

### 3.3 空間平面介紹

首先考慮如圖 3.3.1 所示之平面 PL-E 上一定點  $S(x_s, y_s, z_s)$ ，及另一動點  $P(x, y, z)$ ，如座標原點在  $O(0,0,0)$ ，則向量

$$\mathbf{S}=\mathbf{OS}=[x_s, y_s, z_s]$$

$\mathbf{OP}=[x, y, z]$ ，PL-E 上之任一位置向量為  $\mathbf{R}$ ， i.e

$\mathbf{R}=\mathbf{PS}=[x-x_s, y-y_s, z-z_s]$ ，今有一垂直於 PL-E 之法線向量  $\mathbf{N}=[a,b,c]$ ，則因  $\mathbf{R}$  在 PL-E 上，且  $\mathbf{N}$  與  $\mathbf{R}$  互相垂直，即  $\mathbf{N} \cdot \mathbf{R} = \cos 90^\circ = 0$ ，

i.e  $A(x-x_s)+B(y-y_s)+C(z-z_s)=0$ ，即  $Ax+By+Cz = Ax_s+By_s+Cz_s$ ，如令

$$D = Ax_s + By_s + Cz_s, \text{ 則}$$

$$Ax+By+Cz=D \dots\dots\dots (3.1)$$

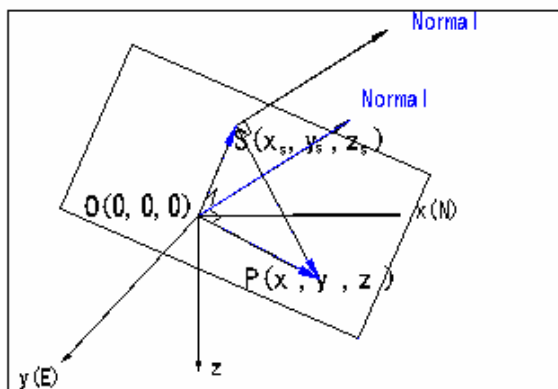


圖 3.3.1 空間平面示意圖

上式代表  $\mathbf{N}$  與  $\mathbf{R}$  所定義之空間平面方程式，如 PL-E 通過座標原點  $O(0,0,0)$ ，即空間平面通過地球球心時，則  $D=0$ ，

$$\text{故 } Ax+By+Cz=0 \dots\dots\dots (3.2)$$

方程式(3.1)中，如  $z$ (高程)=  $k$ (常數)時，空間平面方程式  $Ax+By+Cz=D$ ，可化為  $Ax+By = D-Ck=E$  之直線系(等高線)方程式， i.e

$$Ax+By=E \dots\dots\dots (3.3)$$

，上述直線代表不連續面之走向方程式，如要以向量(取方位角較小之方向)表示時，為  $\mathbf{L}=[-B,A,0]$ 。式(3.3)微分可得： $(\frac{dy}{dx})_1 = -\frac{A}{B} = \tan \rho$  ( $\rho$  為走向線與

$x(N)$  軸在  $x-y$  平面之夾角)，另由

$$\frac{B}{A} = \frac{\sin \alpha \sin \beta}{\cos \alpha \sin \beta} = \tan \alpha = (\frac{dy}{dx})_2, \text{ 此表示 } \alpha \text{ 與 } \rho \text{ 相差 } 90^\circ。$$

為幫助讀者瞭解空間平面方程式之真正意涵，今觀察如圖 3.3.2 之圖示，圖 3.3.2 中 ABCDEFGH 為長寬高各為 1 單位長度之立方體(直線 AB 方向可以任意，為方便計此處採用與指北平行)，平面 ABGH 座標分別為  $(0,0,0)$ 、 $(1,0,0)$ 、 $(1,1,1)$  及  $(0,1,1,1)$ ，將點 A、B、G 及 H 座標代入公式(3.1)後，解 A、B、C 及 D 四個聯立方程式，得： $A=0$ 、 $B=-C$ 、 $C=C$  及  $D=0$ 。即代表平面 ABGH 之方程式為  $-Cy+Cz=0$ ，即  $y-z=0$ ；另由 A、B、G 及 H 四個聯立方程式中之任意三個，亦可得出  $y-z=0$  之關係。如考慮平面 pqrs，則解通過 p、q、r 及 s 四點聯立方程式，則得出  $A=0$ 、 $B=D$ 、 $C=-D$  及  $D=D$ ，即平面為： $2y-2z=1$ 。解通過 p、q、r 及 s 四點聯立方程式之

任意三個，一樣可得 $2y-2z=1$ 。公式(3.2)如 $D=0$ ，則變數僅為三個；如 $D \neq 0$ ，則改寫成如 $(A/D)x+(B/D)Y+(C/D)=1$ 後變數亦為三個。因此我們可以得到下面之概念『空間平面可以不共線之任意已知三點座標完全定義界定』。平面 $y-z=0$ 與 $y-z=1$ 公式左端相等或成比例關係，故兩平面彼此相互平行。另檢視圖 3.3.2 之立方體，平面 ABGH(  $y-z=0$  )，當 $z$ =任意常數時，如令 $z=1$ 時，平面 $y-z=0$ 退縮成直線 $y=1$ (平行於 $x$ 軸之鉛垂面)，此代表平面走向(Strike, 傾斜平面上等高線之方向)為南北向，如以向量表示為 AB(英文字母下加底線代表向量)=[1,0,0] (中括號以內之英文或數字代表向量在 $x,y,z$ 三軸之分量)。平面 ABGH 之傾向 AD(Dip direction, 與走向垂直之水平方向)=[0,1,0] 方向朝東，向量 AH=[0,1,1] 稱之為傾向向量(Dip vector)，其係沿傾斜平面 ABGH 重力滑動之方向，其亦與走向垂直。

另由向量 AB=[1,0,0] 與向量 AH=[0,1,1] 又積定義，可得垂直於平面 ABGH 之法線 N(注意兩平面法線向量又積為兩平面之交線)，

$$\underline{N} = \underline{AH} \times \underline{BH} = \begin{vmatrix} \underline{i} & \underline{j} & \underline{k} \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} = [0, -1, 1]$$

，平面上任意動點  $P(x,y,z)$ ，則 N  $\perp$  BP，即

$[0, -1, 1] \cdot [x-1, y, z] = 0$ ，可得  $0 - y + z = 0$  故平面 ABGH 方程式為  $y - z = 0$ 。

平面 pqrs 中， $pq = [1, 0, 0]$ ， $ps = [0, 1/2, 1/2]$ ，垂直於平面 ABGH 之法

線向量  $\underline{N} = [0, -1/2, 1/2]$ 。兩平面之法線向量方向相當大小成比例，故兩平面平行。

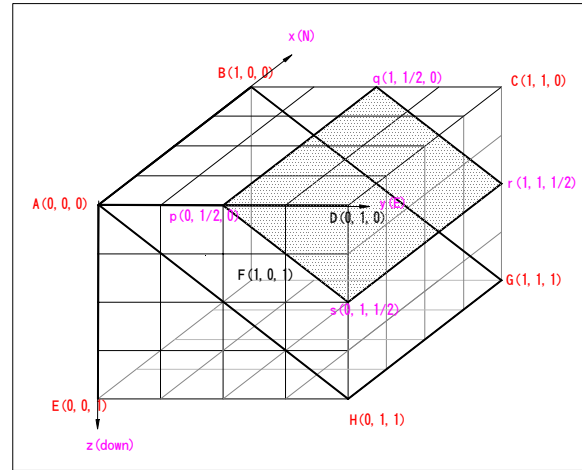


圖 3.3.2 單位立方體與平面關係示意圖

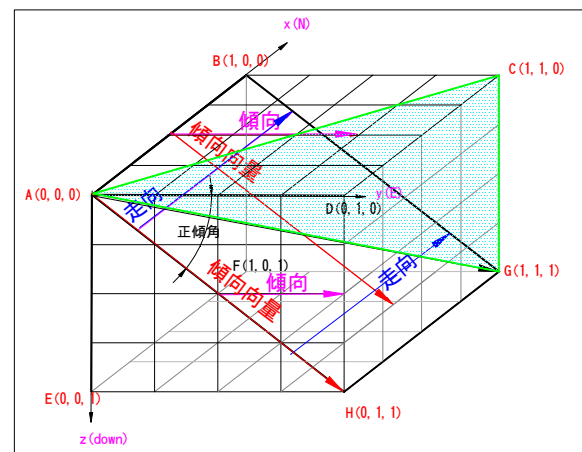


圖 3.3.3 平面位態關係示意圖

平面 ABGH 與平面 ABCD 之夾角  $\angle DAH$ ，因其在鉛垂面 ADHEG 上，故其為平面 ABGH 之正傾角( $\beta$ )，利用兩向量點積定義為：

$$\cos(\beta) = \frac{[0,1,0] \cdot [0,1,1]}{\sqrt{1} \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}, \beta$$

=45.0°，另由

$$\underline{AH} = [0, 1, 1] = \sqrt{2} \left[ 0, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}} \right] = \sqrt{2}$$

$[\cos(\alpha) \cos(\beta), \sin(\alpha) \cos(\beta), \sin(\alpha) \sin(\beta)]$



$n(\beta)]$ ,

解  $\sin(\beta) = \frac{1}{\sqrt{2}}$ , 得  $\beta = 45.0^\circ$  及  $\alpha = \text{Atan2}(0,1) = 90^\circ$ 。

其餘相關角度之計算請參考表 3.3.1 及表 3.3.2。

等面積或等角度大小圓投影圖之製作原理：是將  $ax+by+cz=d$  改寫成如  $a \cdot \cos(p)\cos(q)+b \cdot \sin(p)\cos(q)+c \cdot \sin(q)=\cos(\varphi)=d$ ..... (3.4)

上中[a,b,c]是平面單位法線， $\varphi$ 是兩向量之夾角， $\cos(\varphi) \neq 0$  為平面不通過地球球心（向量迴轉，摩擦錐，小圓投影等均屬之）共同式，平面任意單位向量如傾向 p 從  $0^\circ \sim 360^\circ$  旋轉一周，其對應之 q 求出後代入相關投影基本公式後，就能繪製出投影圖形及繞傾斜軸旋轉小圓投影網圖（詳圖 3.3.4 及圖 3.3.5，參考資料 24 附錄：A-1），輕易地解決構地質學中艱澀難懂之『構造面迴轉及投影問題』。

表 3.3.1 角度計算表(一)

da	ra											
57.2958	0.017											
位置	x	y	z	向量	向量	x	y	z	長度	向量 1,2 點積	夾角	備註
A	0	0	0	向量 1	<u>AB</u>	1	0	0	1		$\angle \text{BAD}$	平面 ABGH 之傾向
B	1	0	0	向量 2	<u>AD</u>	0	1	0	1	0	90	
C	1	1	0	向量 1	<u>AD</u>	0	1	0	1		$\angle \text{DAH}$	平面 ABGH 之正傾角
D	0	1	0	向量 2	<u>AH</u>	0	1	1	1.41421356	1	45	
E	0	0	1	向量 1	<u>AB</u>	1	0	0	1		$\angle \text{BAG}$	向量 <u>AG</u> 之側傾角
F	1	0	1	向量 2	<u>AG</u>	1	1	1	1.73205081	1	54.73561	
G	1	1	1	向量 1	<u>AB</u>	1	0	0	1		$\angle \text{BAC}$	向量 <u>AG</u> 之傾向
H	0	1	1	向量 2	<u>AC</u>	1	1	0	1.41421356	1	45	
				向量 1	<u>AC</u>	1	1	0	1.41421356		$\angle \text{CAG}$	向量 <u>AG</u> 之側沒角
				向量 2	<u>AG</u>	1	1	1	1.73205081	2	35.26439	

表 3.3.2 角度計算表(二)

向量	x	y	z	長度 L	$x/L$	$y/L$	$z/L$	$\cos(s)\cos(t)$	$\sin(s)\cos(t)$	$\sin(t)$	s=?	t=?
<u>AB</u>	1.0	0.0	0.0	1.0000	1.0000	0.0000	0.0000	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
<u>AC</u>	1.0	1.0	0.0	1.4142	0.7071	0.7071	0.0000	0.7071	0.7071	0.0000	45.0000	0.0000
<u>AD</u>	0.0	1.0	0.0	1.0000	0.0000	1.0000	0.0000	0.0000	1.0000	0.0000	90.0000	0.0000
<u>AH</u>	0.0	1.0	1.0	1.4142	0.0000	0.7071	0.7071	0.0000	0.7071	0.7071	90.0000	45.0000
<u>BC</u>	0.0	1.0	0.0	1.0000	0.0000	1.0000	0.0000	0.0000	1.0000	0.0000	90.0000	0.0000
<u>AG</u>	1.0	1.0	1.0	1.7321	0.5774	0.5774	0.5774	0.5774	0.5774	0.5774	45.0000	35.2644

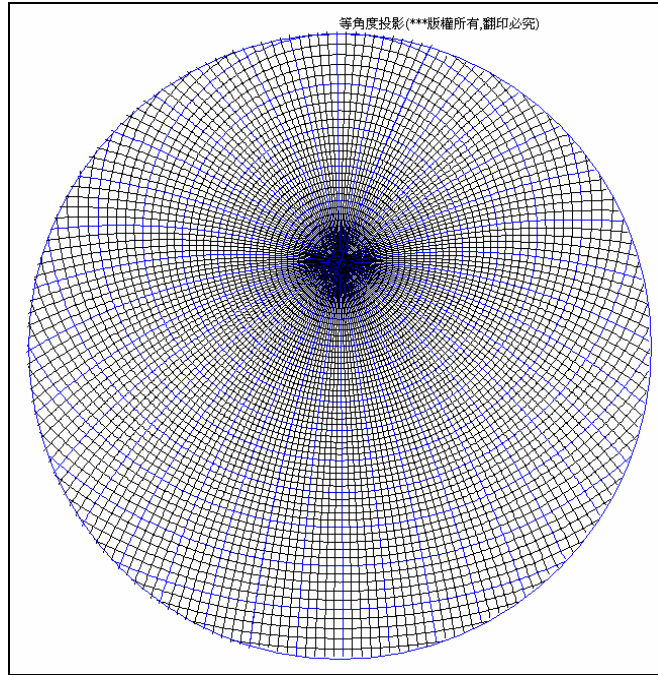


圖 3.3.4 等角度投影網圖（傾斜軸 000/060）

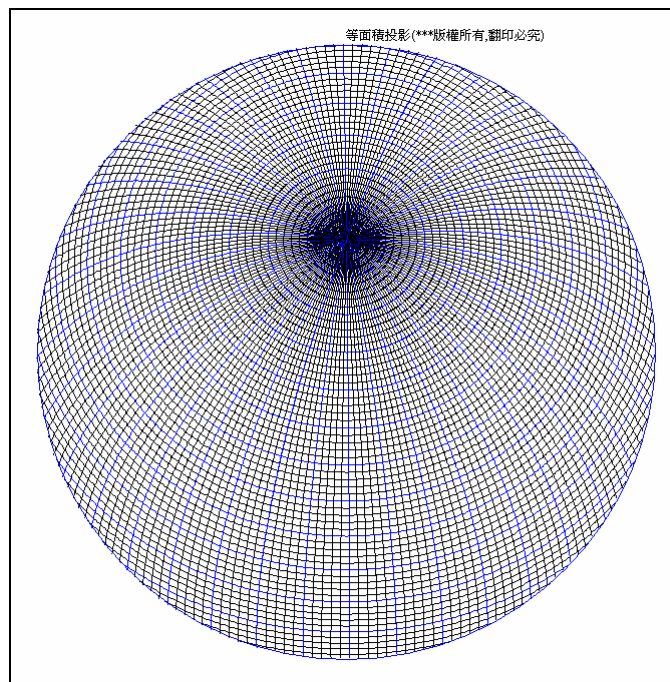


圖 3.3.5 等面積投影網圖（傾斜軸 000/060）

另岩層鑽探岩樣時，假定鑽孔孔位之單位位置向量為  $\mathbf{r}=[x_{bh}, y_{bh}, z_{bh}]$ ，岩樣平面之單位法線向量為  $\mathbf{n}=[a, b, c]$ ， $\theta$  如為岩樣層角，則由  $\mathbf{n} \cdot \mathbf{r} = \pm \cos \theta$  之關係式一樣可以求

出岩層之位態。圖 3.5.6 及圖 3.5.7(參考資料 24:p14-10~p14-16)就是有關利用平面方程式解答鑽探求岩層位態典型之例子。

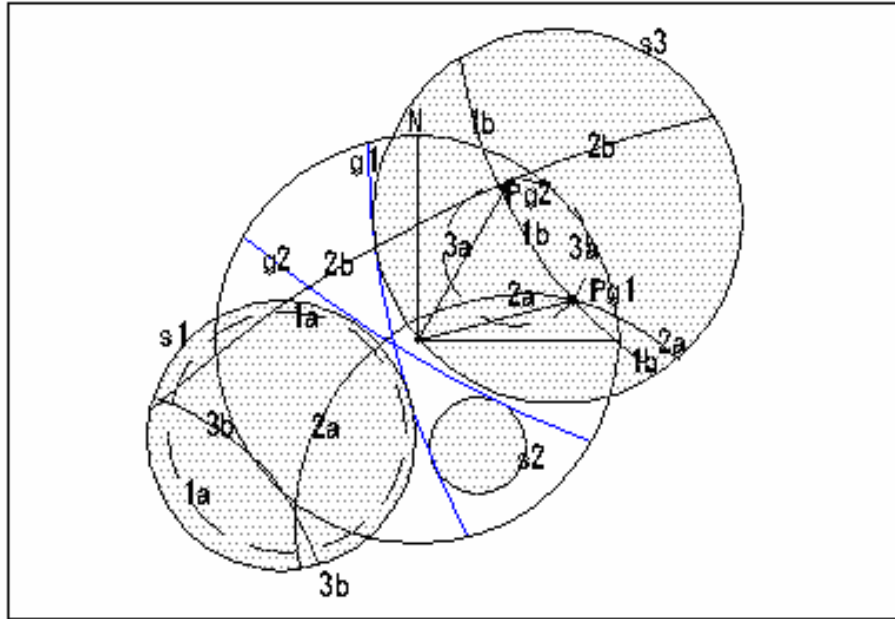


圖 14.10 三個鑽孔投影小圓作圖法



圖 E14.1 電腦程式「鑽探取樣求岩層位態」計算結果及圖示

總之平面方程式在岩坡工程學或構造地質學中之應用幾乎是無所不在。

### 3.4 岩楔相對交點位置及穩定分析

有關岩楔之稜線長度、面積、體積及各頂點之相對位置或煤層隱藏量估算等之求解，一般教科書或報告，多藉球體投影或正交投影方式，以圖解法或利用數學向量法求解。作圖法過程繁複費時，不適合電腦程式設計；向量解法及聯立方程式解法，比較適合以電腦計算，其可提供計算者岩楔之相對位置關係。聯立方程式解法比向量解法更簡單明瞭，觀念更為直接，對初學者而言，應該比較容易接受及理解，作者特別推介聯立方程式解法，提供讀者另類選擇。

如圖3.4.1之岩楔，因各不連續面之傾向傾角已知，各別單位法線可以求得， $d_i (i=1\sim 4)$ 亦可由邊界條件求得。因為岩楔之稜線長度、面積、體積之大小為相對關係，與座標軸選擇無關，為簡化計算工作，可假定 $P_1$ 之座標 $P_1(x_1, y_1, z_1)$ 為任意值，其中以 $P_1(0,0,0)$ 之假設最為省事，故四個平面方程式可假設如下列：

$$a_1x + b_1y + c_1z = 0 \dots\dots\dots (4.1)$$

$$a_2x + b_2y + c_2z = 0 \dots\dots\dots (4.2)$$

$$a_3x + b_3y + c_3z = 0 \dots\dots\dots (4.3)$$

$$a_4x + b_4y + c_4z = d_4 \dots\dots\dots (4.4)$$

解聯立方程式(4.1)、(4.2)及(4.4)可得 $P_2$ 座標；解(4.1)、(4.3)及(4.4)可得 $P_3$ 座標；及解(4.2)、(4.3)及(4.4)可得 $P_4$ 座標。若岩楔任一稜線長度或 $x$ 、 $y$ 或 $z$ 任一方向之長度已知時，可求出 $d_4$ 真正大小，因

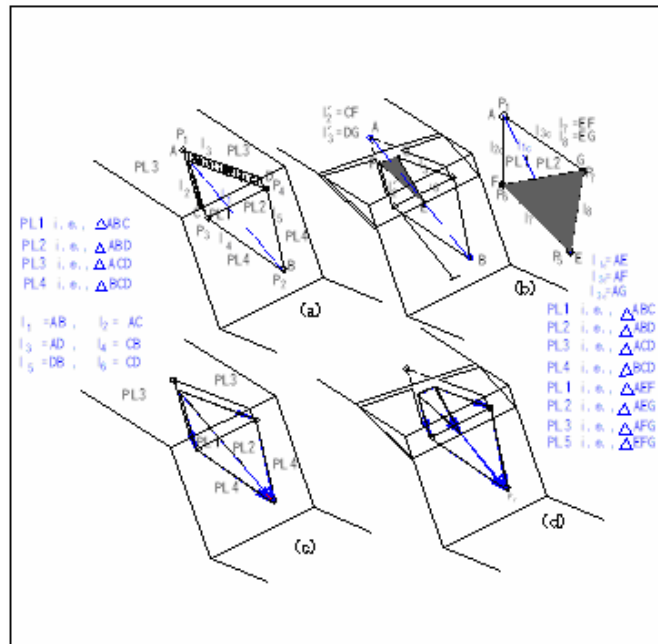


圖 3.4.1 岩楔示意圖

而求出 $P_2 \sim P_4$ 座標值及相關各平面之面積及岩楔體積。

#### 【例題3.4.1】:

有一岩楔係由四個不連續面及一張力裂縫所組成(非外伸坡)：

平面(PL)	1(左側底)	2(右側底)	3(上坡)	4(下坡)	5(張力裂縫)
傾向(°)	105	235	195	185	165
傾角(°)	45	70	12	65	70

$c_1=0.5k/ft^2$ ， $c_2=1.0k/ft^2$ ， $\phi_1=20^\circ$ ，  
 $\phi_2=30^\circ$ ， $\gamma_r=0.160k/ft^3$ ，  
 $\gamma_w=0.0625k/ft^3$ ， $l_{4z}=100ft$ ，  
 $l_2-l'_2=40ft$ (圖3.4.1)。試求(1)常時無

地下水，(2)常時有地下水，(3)地震無地下水，(4)地震(假定地震力為8000k，或 $a=0.283g$ )有地下水時之安全係數，如常時未達1.5，地震時未達1.3，須打設岩錨補強(題目取材自Hoek & Bray 1977，解題方法請詳參考資料23：p14-13~p14-30)。

#### 【解答】:

(1)計算岩楔各邊之面積、體積及重量

(a)聯立方程式求解

PL-1之單位法線(朝上) $\underline{n}_1=[a_1, b_1, c_1]=[-0.1830, 0.6830, -0.7071]$

PL-2之單位法線(朝上) $\underline{n}_2=[a_2, b_2, c_2]=[-0.5390, -0.7698, 0.3420]$

PL-3之單位法線(朝上) $\underline{n}_3=[a_3, b_3, c_3]=[-0.2008, -0.0538, -0.9781]$

PL-4之單位法線(朝上) $\underline{n}_4=[a_4, b_4, c_4]=[-0.9029, -0.0790, -0.4226]$

(b)代入平面方程式 $ax+by+cz=d$ 公式中，可得

$$-0.1830x+0.6830y-0.7071z=d_1 \quad (E3.4.1.1)$$

$$-0.5390x-0.7698y-0.3420z=d_2 \quad (E3.4.1.2)$$

$$-0.2008x-0.0538y-0.9781z=d_3 \quad (E3.4.1.3)$$

$$-0.9029x-0.0790y-0.4226z=d_4 \quad (E 14.1.4)$$

(c)如圖E3.4.1如令PL-1、PL-2及PL-3三不連續面之交點

$P_1(x_1, y_1, z_1)=P_1(0.0000, 0.0000, 0.0000)$ ，代入其對應之平面方程式後，得  
 $d_1=0.0000$ ， $d_2=0.0000$ ， $d_3=0.0000$ ，解聯立方程式得，  
 $P_2(x_2, y_2, z_2)=P_2(-1.6836d_4, 0.6894d_4, 1.1016d_4)$

$P_3(x_3, y_3, z_3)=P_3(-1.2210d_4, -0.0640d_4, 0.2542d_4)$

$P_4(x_4, y_4, z_4)=P_4(-1.2799d_4, 0.7990d_4, 0.2188d_4)$

如令 $d_4=10.00\text{ft}$ ，則 $P_2(x_2, y_2, z_2)=P_2(-16.8356, 6.8936, 11.0161)$

$P_3(x_3, y_3, z_3)=P_3(-12.2099, -0.6399, 2.5421)$

$P_4(x_4, y_4, z_4)=P_4(-12.7993, 7.9898, 2.1883)$

$P_1 P_2$  點間之距離  
 $L_{12}=[(-16.8356-0.0000)^2+(6.8936-0.0000)^2+(11.0161-0.0000)^2]^{0.5}=21.2677\text{ft}$

$P_1 P_3$  點間之距離 $L_{13}=12.4881\text{ft}$

$P_1 P_4$  點間之距離 $L_{14}=15.2462\text{ft}$

$P_2 P_3$  點間之距離 $L_{23}=12.2459\text{ft}$

$P_2 P_4$  點間之距離 $L_{24}=9.7685\text{ft}$

$P_3 P_4$  點間之距離 $L_{34}=8.6570\text{ft}$

$L_{12}$ 之單位向量為  
 $[-16.8356, 6.8936, 11.0161]/21.2677=[-0.7916, 0.3241, 0.5179]$

$L_{13}$ 之單位向量為  
 $[-0.9777, -0.0512, 0.2036]$

$L_{14}$ 之單位向量為  
 $[-0.8395, 0.5241, 0.1435]$

$L_{23}$ 之單位向量為  
 $[-0.3777, 0.6152, 0.6920]$

$L_{24}$ 之單位向量為  
 $[-0.4132, -0.1122, 0.9037]$

$L_{34}$ 之單位向量為  
 $[0.0680, -0.9968, 0.4086]$

(d)岩楔尺寸修正

前述岩楔尺寸之計算係假定當  $d_4=10.0000$  所計算出者，故真正之岩楔尺寸必須做修正以求得真正岩楔尺寸。岩楔  $L_{23}$  之真正高度為 100ft，而假定高度為  $12.2459 \times 0.6920=8.4742$ ft，故岩楔尺寸須乘於修正係數為  $100.00 / 8.4742 = 11.8007$

各點修正之座標為

- $P_1 (0.0000, 0.0000, 0.0000)$
- $P_2 (-198.6718, 81.3500, 129.9981)$
- $P_3 (-144.0851, -7.5512, 29.9981)$
- $P_4 (-151.0407, 94.2857, 25.8237)$

(5)其餘張力裂縫之座標、滑動面面積及岩楔體積大小，自重、水壓力、地震力大小及方向，安全係數，安全係數不足時之最經濟岩錨大小及方向等之計算，請參考《岩坡工程學》所附程式『工具程式』電腦程式之計算成果(圖E3.4.1~圖E3.4.5)。

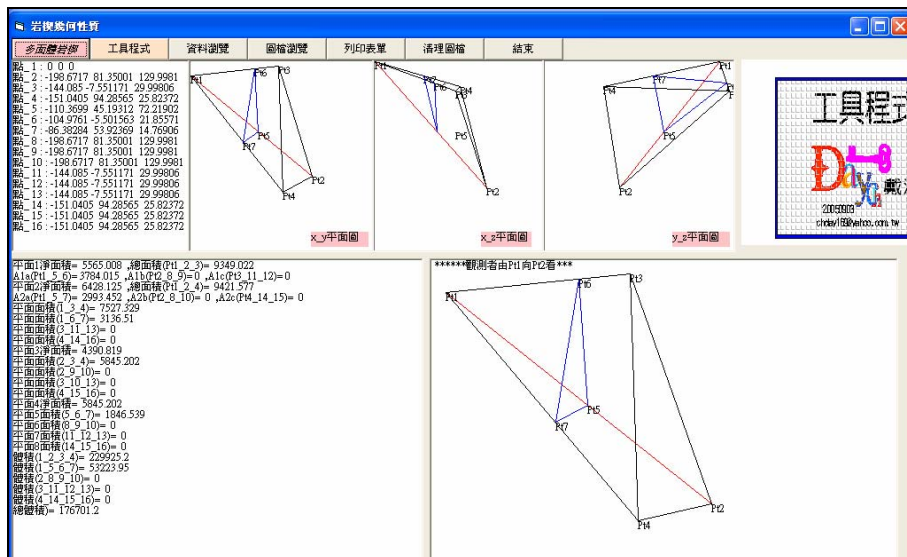


圖 E3.4.1 工具程式『多面體岩楔』求岩楔座標、面積



圖 E3.4.2 工具程式『(27)水壓力計算』求水壓力

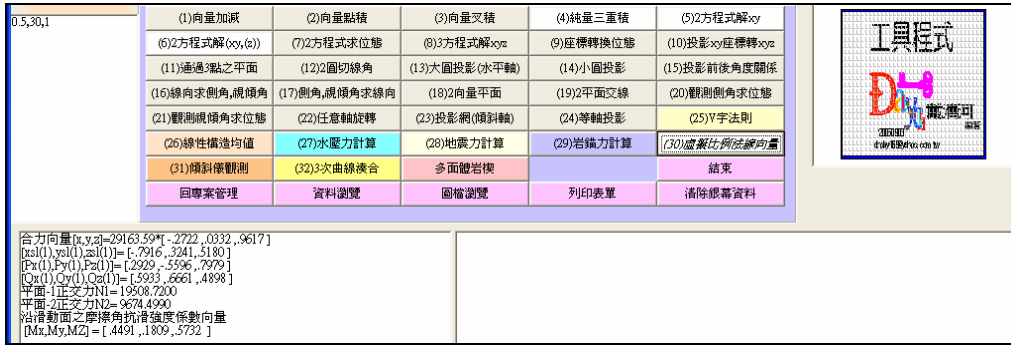


圖 E3.4.3 工具程式『(30)虛擬比例法線向量』成果畫面

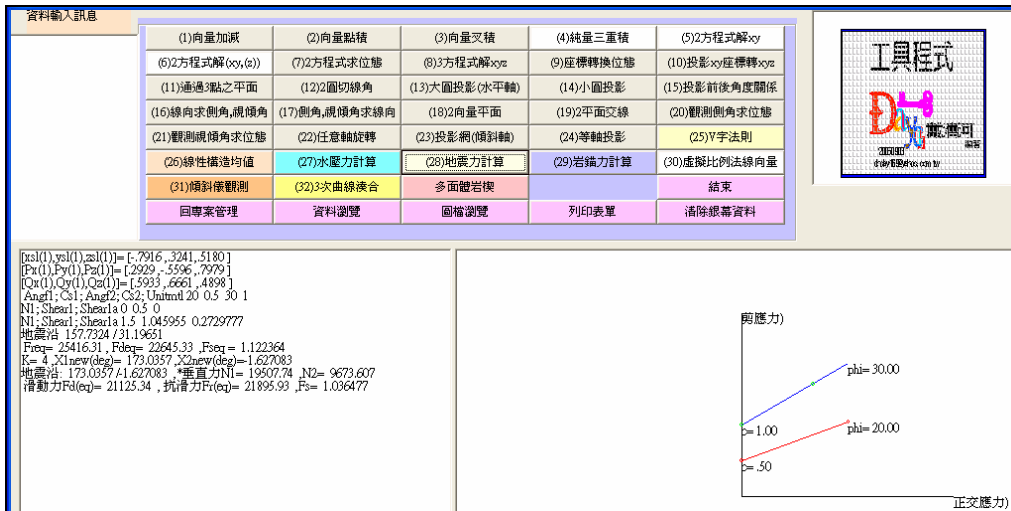


圖 E2.3.4.4 工具程式『(28)地震力計算』成果畫面

(7)下圖為利用《岩坡工程學》所附 成果。  
 程式『例題展示版』電腦程式之計算

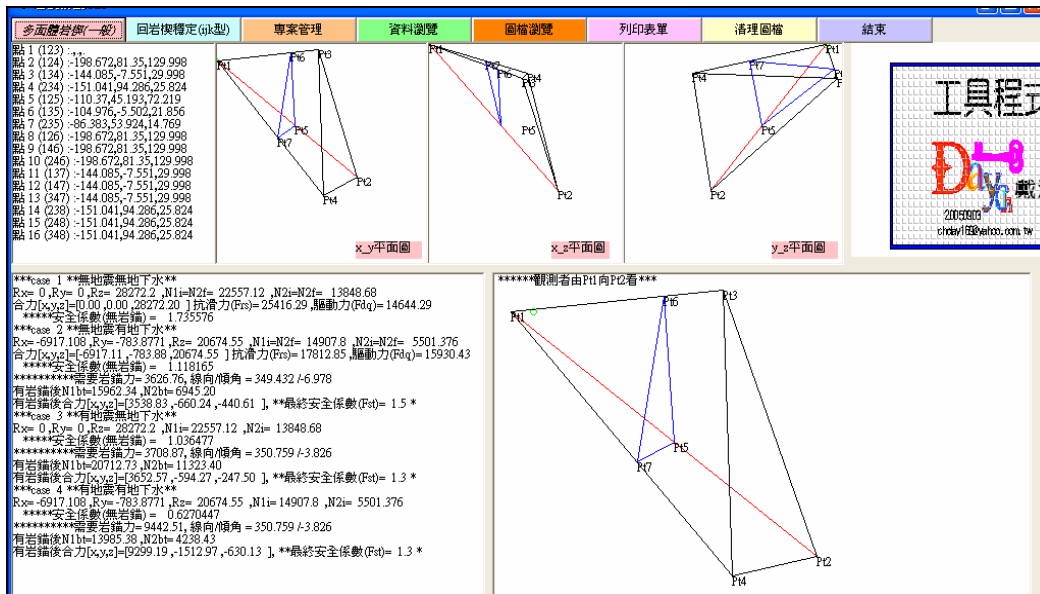


圖 E3.4.5 電腦程式『岩楔穩定分析』成果畫面

## 四、結語

時下可能會有少人，會認為前面討論的「空間平面方程式」，是初、高中時代之簡單數學問題，不值得費神討論。過去，我也做如是觀，但當我因工作需要分析八個平面所切割之岩楔穩定問題時，在利用向量三角閉合原理解答岩楔頂端座標及面積經常出錯(尤其當八個面切割是隨機任意時)後，尋尋覓覓希望能想出一套簡單而不容易出錯之方法，最後終於在切蛋糕時發現一個說穿不值一分錢之簡單道理「**岩楔每一個頂點都是由三個平面所切割成的**」，真是「踏破鐵靴無覓處，得來全不費功夫」。經採用「三個聯立方程式解三個未知數之觀念」解題後，所有困難迎刃而解，後來更由平面觀念推導出岩楔滑動面虛擬法線向量計算公式(參考資23：p1-23~p1-25)，等角度及等面積小圓(含大圓，水平或傾斜軸)投影網圖檔(參考資24：p3-33~p3-40)，斷層滑移問題(參考資24：p12-4~p12-28，……等等，可謂『小兵立大功』。宋人趙普曾言「半部論語治天下(是不是真的？姑妄聽之)」，則『搞懂一個平面方程式，可讀通半本構造地質學及四分之一岩坡工程學』可能一點多不誇張。

同樣的也有不少人以為『Excel』笨拙的很，它不過是作些「加減乘除計算、畫畫圖表、統計分析」簡單工作而已，您我可能都錯了？Excel是很拙但不笨，要看您怎麼用它。Excel有300多個公用函數，任何問題只要您能想出計算公式及步驟，單純利用Excel不必VBA就能搞定。VBA有不

計其數的物件及方法(程序)可供User驅使，因此Excel加上VBA，就更像虎之添翼銳不可擋。個人雖然使用Excel及Excel VBA多年，可以用Excel及Excel VBA寫出像岩楔穩定工程經濟近最佳化這般複雜之Excel程式(序)。乍看好像有一點神奇？其實也不過使用到幾個Excel簡單之常用工作表函數及VBA物件與方法，可以說僅屬皮毛層次，膚淺得很。Excel VBA是深不可測，用的愈久愈會有這種感覺。不過您也不用太悲觀，解題是沒有標準步驟，方法是可以千百種，程序也無好壞分別能解決問題就是好程式。學Excel及Excel VBA之道無它：『Just do it』，多利用Excel及Excel VBA的線上「[說明\(H\)](#)」，假以時日必有所得。

另外再跟各位分享一點小發現，利用Excel簡單之加減乘除及Autocad同樣可以用圖解法解答等角度與等面積投影(參考資料23：p2-13~p2-30)、均質土壤圓弧破壞穩定問題(偏微分法，參考資料23：p65-55)、岩(土)層平面滑動(參考資料23：p13-43~p13-44)及八面體岩楔穩定(利用三向量在3D及2D閉合觀念，參考資料23：p14-49~p14-55)等問題。雖然是有點『殺牛用雞刀』，不過所謂『物盡其用』，同時也可以訓練閣下的耐力及想像力，不也快哉？



## 中文參考資料

1. 吳偉特, 邊坡穩定之分析方法及與運用, 兆林出版社(1980)。
2. 戴清河、端木鍵, 岩層平連續面位態、平面滑動及楔型破壞穩定分析例題解說及電腦解法概述(上), 現代營建第 82 期, p50~p60(1986)。
3. 戴清河、端木鍵, 岩層平連續面位態、平面滑動及楔型破壞穩定分析例題解說及電腦解法概述(中), 現代營建第 83 期, p55~p63(1986)。
4. 戴清河、端木鍵, 岩層平連續面位態、平面滑動及楔型破壞穩定分析例題解說及電腦解法概述(下), 現代營建第 84 期, p43~p52(1986)。
5. 戴清河, 岩層平連續面位態、平面滑動及楔型破壞穩定分析電腦解法介紹, 台灣公路工程第 12 卷, 11、12 期, P11~P40(1986)。
6. 戴清河, SSACF 邊坡穩定分析電腦程式介紹(上), 現代營建第 80 期, p44~p52(1986)。
7. 戴清河, SSACF 邊坡穩定分析電腦程式介紹(下), 現代營建第 81 期, p43~p53(1986)。
8. 戴清河, 岩塊楔型滑動向量解法介紹(上), 台灣公路工程第 14 卷, 第 3 期, p38~p55(1987)。
9. 戴清河, 岩塊楔型滑動向量解法介紹(下), 台灣公路工程第 14 卷, 第 4 期, p24~p39(1987)。
10. 戴清河, 球體投影之數學原理及其在大地工程上應用解說(上), 現代營建第 88 期, p67~p75(1987)。
11. 戴清河, 球體投影之數學原理及其在大地工程上應用解說(中), 現代營建第 89 期, p61~p71(1987)。
12. 戴清河, 球體投影之數學原理及其在大地工程上應用解說(下), 現代營建第 90 期, p49~p58(1987)。
13. 林建仁、林文廣, Visual Basic 6 新世代高手, 碁峰資訊股份有限公司(1998)
14. 陳錦輝, Visual Basic 6 學習手冊, 金禾資訊股份有限公司(2002)。
15. 戴清河, 岩坡工程學解析, 出版者林麗卿(2002)。
16. 戴清河, 岩層(含非線性強度)楔型破壞穩定分析及例題解說, 技師月刊第 30 卷第 11 期及第 12 期, 台北市土木技師公會(2003)
17. 戴清河, 多節理之岩層橋台、橋墩基礎穩定分析介紹, 台灣公路工程第 30 卷, 第 7 期, p14~p37(2004)。
18. 戴清河, 多節理岩石隧道岩楔穩定分析及落磐預測, 台灣公路工程第 30 卷, 第 11 期, p2~p25 及第 12 期, p25~p34 (2004)。
19. 余濬, 降雨強度之推算, 科技圖書股份有限公司(2004)。
20. 戴清河, Cad 在岩坡工程之應用介紹, 台灣公路工程第 31 卷, 第 12 期, p26~52 (2005)。
21. 榮欽科技主筆室, 輕輕鬆鬆學會 EXCEL 2000 中文版, 松崗電腦圖書資料股份有限公司(1999)。
22. 江高舉, Excel VBA 實例演練, 金禾資訊股份有限公司(2004)。
23. 陳偉忠、林宏諭, Excel 函數範例完整學習應用大全, 博碩文化股份有限公司(2005)。
24. 23 戴清河, 岩坡工程學(附電腦程式), 科技圖書股份有限公司(2008)。
25. 24 戴清河, 構造地質學(附電腦程式), 科技圖書股份有限公司(2008)。
26. 25 戴清河, Excel 在邊坡工程之應用, 科技圖書股份有限公司(2008)。

### 英文參考資料

1. Thomas Richard McCalla, **Introduction to numerical methods and fortran programming**, John Wiley & Sons, inc. (1967)
2. Nilmar Janbu, **Slope stability computations**, Soil mechanics and foundation engineering report, the Technical university of Norway, Trondheim (1968)
3. Billings, M.P., **Structural geology**, 台灣版, 豪華書局 (1972)。
4. Erwin Kreyszig, **Advanced engineering mathematics**, Wiley international edition (1972)
5. Robert M. Stark & Robert L. Nicholls, **Mathematical foundations for design : Civil engineering systems**, 台灣版, 豪華書局 (1972)
6. Donal, M. Ragan, **Structural geology-an introduction to geometrical techniques**, 台灣版 (1973)
7. David S. Compbell, John T, Christian & Herbert H. Einstein, **Computrized analysis of rock slope stability**, Papers of the 9<sup>th</sup> Conference of Rock Engineering For Foundation & Slopes, 虹橋書局, 台灣版 (1976)
8. J. Lawrence Von Thun, **Stability analysis of cut slopes at Auburn dam**, Papers of the 9<sup>th</sup> Conference of Rock Eng. For Foundation & Slopes, 虹橋書局, 台灣版 (1976)
9. Hoek, E. & Bray, J., **Rock slope engineering**, 茂昌圖書有限公司, 台灣版 (1977)
10. Goodman, R.E., **Introduction to rock mechanics**, 儒林圖書有限公司, 台灣版 (1977)
11. Kovari, K. & Frite, P., **Stability analysis of rock slopes for plane and wedge failure with the aid of programmable pocket calculator**, Proceedings 16<sup>th</sup> Symposium on Rock Mechanics (1977)
12. L.R. Richards, G.M.M. Leg & R.A. Whittle, **Appraisal stability conditions in rock slopes** (p449~p512) 虹橋書局, 台灣版 (1979)
13. W. Fisher Cassie, **The stability of slopes in difficult ground** (p427~436), 虹橋書局, 台灣版 (1979)
14. Warren J. Luzadder, **Basic graphics**, 新月圖書股份有限公司, 台灣版 (1982)
15. Phillips, F.C., **The use of stereographic projection in structural geology**, 台灣版 (1983)
16. Shan S. Kuo, **Computer application of numerical methods**, 虹橋書局, 台灣版 (1984)
17. J.A. Franklin, **Slope instrumentation and monitoring** (chapter 5), Edited by D.B. Prior John Willey & sons Ltd. (1984)
18. Yang H. Huang, **Stability analysis of earth slopes**, 文鶴出版有限公司, 台灣版 (1984) 35. Richard L., Burden and J., Douglas Alberi C. Reynolds, **Numerical Analysis** (6<sup>th</sup> edition), Brooks/Cole Publishing Company, 台灣巨擘公司代售 (1997)